

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.03.2019

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1** (17 punti)

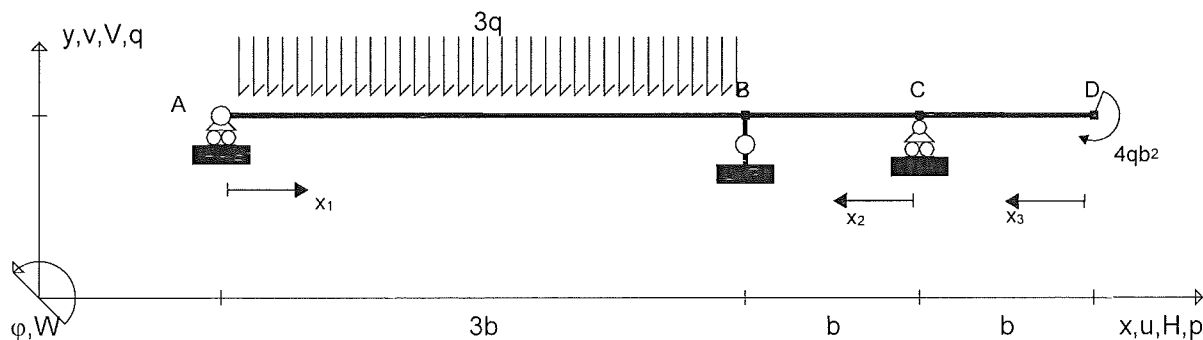
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità  $B$ ,  $M_B$ . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto  $D$ ,  $v_D$ .

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 22.03.19\*001



## Esercizio n. 2 (7 punti)

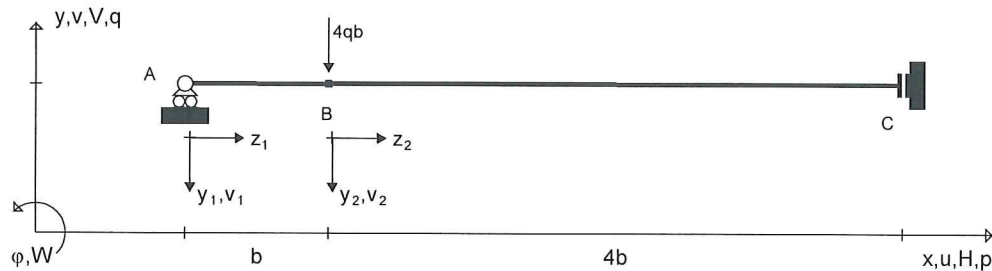
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

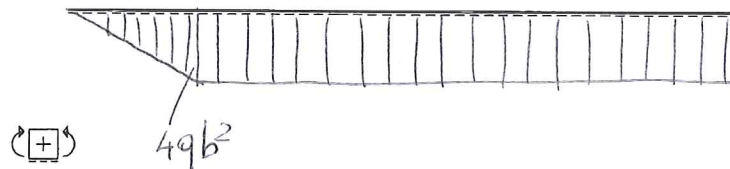
1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. Lo spostamento verticale del punto B,  $v_B$ ;
4. La rotazione del punto A,  $\theta_A$ .

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 22.03.19\*001



$\uparrow \oplus \downarrow$



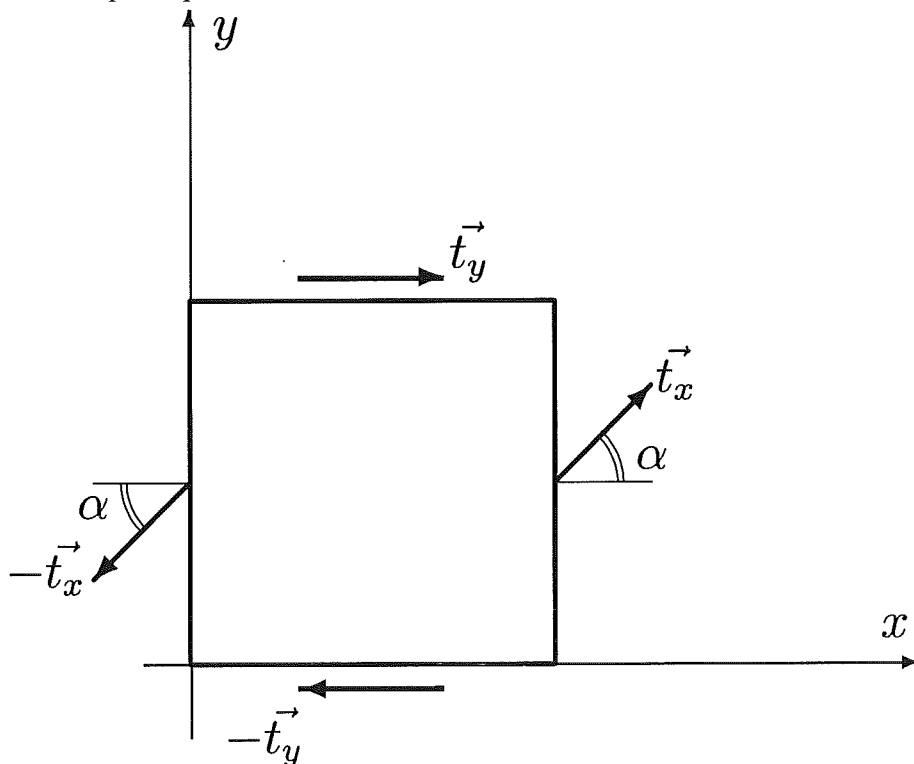
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 4qb; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & M_C (\curvearrowright) &= 4qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 4qb; & M_{AB} &= 4qbz_1; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 4qb^2; \\
 \text{c.c in A} &= N_1(z_1=0) = 0; & \text{c.c in B} &= \begin{cases} v_1(z_1=b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2'(z_2=4b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{18}{EI} \frac{qb^3 z_1^3}{3} - \frac{2}{EI} \frac{qbz_1^3}{3}; & v_1'(z_1) &= \frac{18}{EI} \frac{qb^3}{3} - \frac{2}{EI} \frac{qbz_1^2}{3}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{52}{3EI} \frac{qb^4}{3} + \frac{16}{EI} \frac{qb^3 z_2^2}{3} - \frac{2}{EI} \frac{qb^2 z_2^2}{3}; & v_2'(z_2) &= \frac{16}{EI} \frac{qb^3}{3} - \frac{4}{EI} \frac{qb^2 z_2}{3}; \\
 v_B &= \frac{52}{3EI} \frac{qb^4}{3} \downarrow; & \theta_A &= \frac{18}{EI} \frac{qb^3}{3} (\curvearrowright);
 \end{aligned}$$

### Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi  $x$  e  $y$  ai vettori sforzo (piani)  $\vec{t}_x$  e  $\vec{t}_y$ , rispettivamente; di questi  $\vec{t}_x$  è inclinato rispetto all'asse  $x$  di un angolo  $\alpha = -60^\circ$  (sicché  $\cos \alpha = +1/2$ ;  $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$ ) e ha modulo di valore  $|\vec{t}_x| = 60$  MPa. L'altro vettore sforzo,  $\vec{t}_y$ , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e la massima tensione tangenziale,  $\tau_{\max}$ .

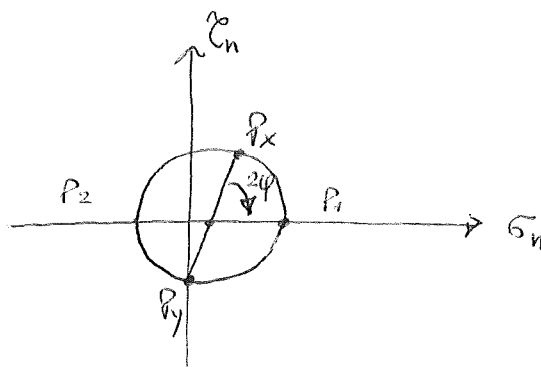
Determinare inoltre quanto vale l'angolo  $\varphi$  formato dall'asse  $x$  e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo,  $\sigma_1$ .



$$\sigma_x = \dots 30.0000 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = \dots 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \dots -51.9615 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = \dots 69.0833 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = \dots -39.0833 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = \dots 51.0833 \dots \text{ (MPa)};$$

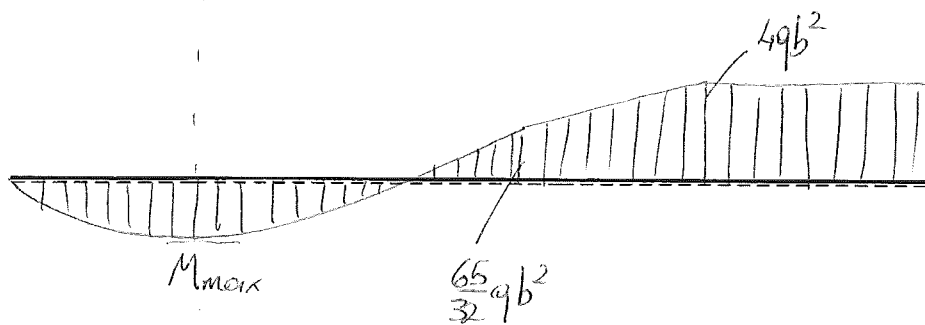
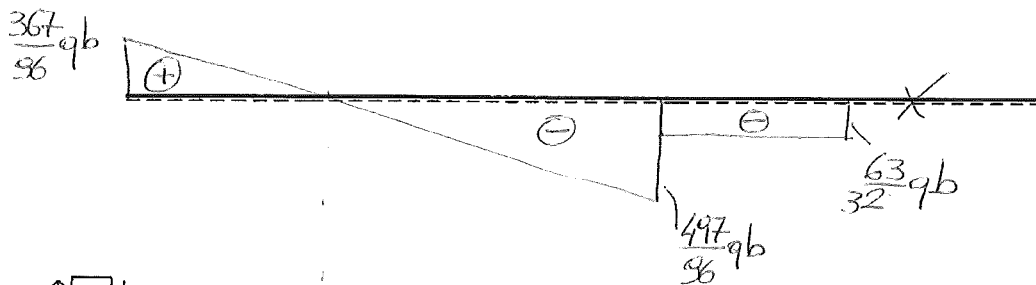
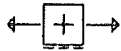
cerchio di Mohr:



$$P_x = (30.0000, +51.9615)$$

$$P_y = (0.0000, -51.9615)$$

$$\varphi = \dots 36.9489 \dots (^\circ);$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= \frac{367}{96} qb; H_B(\rightarrow) = 0; V_B(\uparrow) = \frac{77}{24} qb; V_C(\uparrow) = \frac{63}{32} qb; M_B(\curvearrowright) = -\frac{65}{32} qb^2 \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = \frac{367}{96} qb - 3qx_1; M_{AB} = \frac{367}{96} qb x_1 - \frac{3}{2} qx_1^2; \\
 N_{CB} &= 0; T_{CB} = -\frac{63}{32} qb; M_{CB} = -4qb^2 + \frac{63}{32} qb x_2; \\
 N_{DC} &= 0; T_{DC} = 0; M_{DC} = -4qb^2; \\
 v_D &= -\frac{235}{64} \frac{qb^4}{EI}
 \end{aligned}$$